Cvičení – limity funkcí

Limity funkcí – spočtěte následující limity:

1) limity elementárních funkcí + věta o limitě složené funkce

$\lim_{x\to\pm\infty} (x+2)^2$, $\lim_{x\to -2} (x+2)^2$, $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{(x+2)^2}$, $\lim_{x\to -2} \frac{1}{(x+2)^2}$

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{3-x}$, $\lim_{x\to 3} \frac{1}{3-x}$, $\lim_{x\to 3\pm} \frac{1}{3-x}$, $\lim_{x\to 3\pm} e^{\frac{1}{3-x}}$,

$\lim_{x\to\pm\infty} e^{\frac{1}{3-x}}$

$\lim_{x\to 2} e^{\frac{1+x}{1-x}}$, $\lim_{x\to ?} \ln \frac{1+x}{1-x}$, $\lim_{x\to\pm\infty} e^{-x^2}$, $\lim_{x\to+\infty} x^2 e^{\frac{1}{x}}$

$\lim_{x\to\pm\infty} \operatorname{arctg} x$, $\lim_{x\to 0\pm} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, $\lim_{x\to\pm\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}\pm} \operatorname{tg} x$

2) limity typu $\frac{1}{\infty}^{\#}$, $\frac{1}{0}^{\#}$, $\frac{0}{0}^{\#}$, $\frac{\infty}{\infty}$ (+ věta o limitě složené funkce)

$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2-1}$, $\lim_{x\to 1} \frac{1}{x^2-1}$, $\lim_{x\to+\infty} e^{-x}$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\ln x+1}$,

$\lim_{x\to 1+} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1}$, $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{(x-1)^2}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x-2}{3-2x^2}$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3-x^2}$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3}{3-x^2}$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3-x^3}$

$\lim_{x\to 0} \frac{x^3-2x^2+x}{2x^3+x^2-2x}$, $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$

$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-x}{x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; a odtud : $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$,

$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x}$,

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{\sin 3x}$, $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{\sin(x+1)}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin \sqrt{x}}{x}$;

$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x\to +\infty} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$, $\lim_{x\to \pm\infty} \sin \frac{1}{x}$, $\lim_{x\to 0} \sin \frac{1}{x}$

$\lim_{x\to +\infty} e^{-x} \cos x$, $\lim_{x\to +\infty} (2 + \cos x)$, $\lim_{x\to +\infty} x . \sin x$

$\lim_{x\to 0} \ln \left(\frac{x}{\sin x} \right)$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$, $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$, $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x} \right)$,

$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} - x \right)$

$\lim_{x\to +\infty} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$, $\lim_{x\to 1\pm} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$, $\lim_{x\to 1\pm} \operatorname{arctg} \frac{x}{x^2-x}$,

$\lim_{x\to +\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2-x}$, $\lim_{x\to +\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x^2-x}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2-x}$,

$\lim_{x\to 1\pm} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2-x}$, $\lim_{x\to \pm\infty} \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$

$\lim_{x\to 0+} \ln (\operatorname{arctg} \sqrt{x})$, $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$, $\lim_{x\to 0\pm} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$